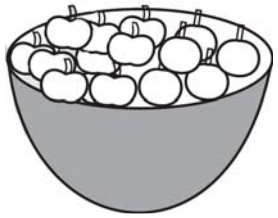
अध्यायः
8

राशीनां तुलना

8.1 अनुपातानां प्रतिशतं स्मरणम्



वयं जानीमः यत् अनुपातस्य अर्थः अस्ति द्वयोः मात्रयोः तोलनम्। एकस्मिन् कण्डोले द्वौ फलविशेषौ स्तः स्वीकुर्वन्तु यत् अस्मिन् 20 सेबफलानि तथा 5 नारङ्गफलानि सन्ति। तर्हि नारङ्गाणां संख्या सेवफलानां सङ्ख्यया सह अनुपातः = 5 : 20 अस्ति।

एतत् तोलनं भिन्नानां सहायतया $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ इति रूपे अपि कर्तुं शक्यते।

नारङ्गफलानां तोलनायां सेवफलानां संख्यायाः $\frac{1}{4}$ अस्ति। अनुपातरूपे एतत् 1 : 4 अस्ति तथा एतं 4 इत्यस्य तोलनायां 1 अस्ति इति पठ्यते। अथवा नारङ्गफलानां तोलनायां सेबफलानां संख्या $\frac{20}{5} = \frac{4}{1}$ अस्ति, यस्य अर्थः अस्ति यत् नारङ्गफलानां तोलनायां सेवफलानां संख्या चतुर्गुणितं वर्त्तते। एतत् तोलनं प्रतिशतोपयोगेन अपि कर्तुं शक्यते।

25 फलेषु 5 नारङ्गफलं वर्तते अत एव नारङ्गफलानां प्रतिशतं $\frac{5}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{100} =$ 20% अस्ति। (हरः 100 अस्ति।)

अथवा

घटकीकरण विधिना
25 फलेषु नारङ्गफलानां संख्या 5 वर्तते।
अत एव 100 फलेषु नारङ्गफलानां संख्या
$\frac{5}{25} \times 100 = 20$ अस्ति।

यतोहि कण्डोले केवलं सेवफलानि नारङ्गफलानि च सन्ति।

अत एव सेबफलानां प्रतिशतं + नारङ्गफलानां च प्रतिशतम् = 100

अथवा सेवफलानां प्रतिशतं + 20 = 100

अथवा सेवफलानां प्रतिशतं = 100 - 20 = 80

अतः कण्डोले 20% नारङ्गफलं तथा 80% सेबफलम्अस्ति।

उदाहरणम् 1 कस्मिन्नपि विद्यालये सप्तम कक्ष्यायाः कृते वनभोजनस्य योजना भवति । विद्यार्थिनां सम्पूर्णसंख्यायाः 60% बालिकाः सन्ति तथा अस्याः संख्या 18 अस्ति । वनभोजनस्य स्थानं विद्यालयात् 55km दूरे अस्ति तथा परिवहनस्वामी प्रत्येकं किलोमीटरं 12 रु. भाटकं नेष्यति। अल्पाहारस्य आहत्य व्ययः रु. 4280 अस्ति।

किं भवन्तः ज्ञापयितुं शक्नुवन्ति -

1. कक्ष्यायां बालिकानां संख्यायाः बालकानां सङ्ख्यया सह अनुपातः ?
2. यदि द्वौ अध्यापकौ अपि कक्ष्यया सह वनभोजने गच्छतः तर्हि प्रति व्यक्तेः व्ययः कः ?
3. यदि तेषां प्रथमं विरामस्थलं विद्यालयात् 22 किमी दूरे अस्ति तर्हि सः आहत्य 55 किमी दूरस्य कति प्रतिशतम् अस्ति ? कति प्रतिशतं इतोऽपि दूरी अवशिष्टा वर्तते।

समाधानम्

1. बालिकानां संख्यायाः बालकानां सङ्ख्यया सह अनुपातं ज्ञातुम् आशिमा तथा जॉन इत्येताभ्याम् निम्नलिखितविधेः प्रयोगः कृतः ताभ्यां बालकानां संख्या तथा आहत्य विद्यार्थिनां संख्यां सङ्ख्या ज्ञातव्या आसीत्।

आशिमा निम्नलिखितविधेः उपयोगं कृतवती -

स्वीकुर्वन्तु यत् समस्तविद्यार्थिनां संख्या x अस्ति यस्मिन् 60% बालिकाः सन्ति।

अत एव x इत्यस्य 60% = 18

अथवा $\frac{60}{100} \times x = 18$ अर्थात्

$x = \frac{18 \times 100}{60} = 30$ विद्यार्थिनां सम्पूर्णा संख्या = 30

जॉनः घटकीकरण-विधेः उपयोगं कृतवान् -

100 विद्यार्थिषु 60 बालिकाः सन्ति। अत एव $\frac{100}{60}$ विद्यार्थिषु एका बालिका अस्ति

अत एव कति विद्यार्थिषु 18 बालिकाः भविष्यन्ति ?

विद्यार्थिनां संख्या $\frac{100}{60} \times 18 = 30$

अत एव बालकानां संख्या = 30 - 18 = 12 अस्ति। अतः बालिकानां सङ्ख्यया सह बालकानां संख्या 18 : 12 अथवा $\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ इति अनुपातः अस्ति। $\frac{3}{2}$ इति 3 : 2 रूपे अपि लिख्यते तथा 2 इत्यस्य तोलनायां 3 इति पठ्यते।

2. प्रति व्यक्तेः व्ययं ज्ञातुं यातायात-व्ययः= गमनागमनस्य दूरी दूरी × परिमाणम्

$= (55 \times 2) \times$ रु.12

$= 110 \times 12 =$ रु.1320

सम्पूर्णः व्ययः = अल्पाहारव्ययः + यातायातव्ययः

= रु.4280 + रु.1320

= रु.5600

सम्पूर्णः जनः = 18 बालिकाः + 12 बालकाः + 2 अध्यापकौ

= 32 जनाः

आशिमा तथा जॉनः प्रति व्यक्तेः व्ययं ज्ञातुम् घटकीकरण-विधेः उपयोगं कृतवन्तौ।

32 जनानां कृते व्ययमानः राशिः रु. 5600 भविष्यति।

अत एव 1 जनस्य कृते व्ययमानः राशिः = रु. $\frac{5600}{32}$ = रु. 175

3. प्रथमविश्रामस्थलस्य दूरी - 22 किमी
दूरस्य प्रतिशतं ज्ञातुं

आशिमा निम्नलिखितविधेः उपयोगं कृतवती -

$\frac{22}{55} = \frac{22}{55} \times \frac{100}{100} = 40\%$

(सा अनुपातं $\frac{100}{100} = 1$ इत्यनेन गुणनं कृत्वाप्रतिशते परिवर्तयन्ती अस्ति)

जॉनः घटकीकरणविधेः उपयोगं कृतवान् -

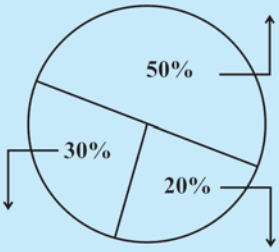
55 km इत्यस्मिन् 22 km इत्यस्य यात्रा जाता। 1 km इत्यस्मिन् $\frac{22}{55}$ इति यात्रा जाता।

100km इत्यस्मिन् $\frac{22}{55}\times$100km इत्यस्य यात्रा जाता। अर्थात् 40 % इति यात्रा जाता।

उभयोः उत्तरं सदृशम् एव प्राप्तं तथा तयोः उत्तरम् इत्थम् अस्ति।
विश्रामस्थलस्य दूरी विद्यालयात् सम्पूर्णगम्यमानदूर्याः 40% आसीत्।
अत एव गम्यमानायाः अवशिष्टदूर्याः प्रतिशतं= 100% - 40% = 60%

प्रयासं करोतु

एकस्मिन् प्राथमिकविद्यालये अभिभावकेभ्यः पृष्टवन्तः यत् ते स्व बालकानां गृहकार्ये सहायतां कर्तुं प्रतिदिनं कति होरां व्यापितवन्तः। 90 अभिभावकाः $\frac{1}{2}$ घण्टा तः $1\frac{1}{2}$ पर्यन्तं सहायतां कृतवन्तः। यावतः समयस्य कृते अभिभावकाः स्व बालानां सहायतां उक्तवन्तः तदनुसारम् अभिभावकानां वितरणसंलग्नम् आकृतौ प्रदर्शितम् अस्ति यत् एवम् अस्ति -
20% अभिभावकाः प्रतिदिनं $1\frac{1}{2}$ घण्टातः अधिकं साहाय्यं कृतवन्तः 30% अभिभावकाः $\frac{1}{2}$ घण्टातः $1\frac{1}{2}$ पर्यन्तं सहायतां कृतवन्तः 50% अभिभावकाः सहायतां न कृतवन्तः।
एतदाधारीकृत्य निम्नलिखितप्रश्नानाम् उत्तरं ददतु।



(i) कति अभिभावकानां सर्वेक्षणं जातम्?
(ii) कति अभिभावकाः अवदन् यत् ते सहायतां न कृतवन्तः?
(iii) कति अभिभावकाः अवदन् यत् ते $1\frac{1}{2}$ घण्टातः अधिकं साहाय्यं कृतवन्तः?

प्रश्नावली 8.1

1. निम्नलिखितानाम् अनुपातं जानन्तु
 (a) एकस्य द्विचक्रिकावाहनस्य 15 km प्रतिघण्टा- गतिः एकस्य स्कूटरयानस्य 30 km प्रतिघण्टा गतिः अस्ति।
 (b) 5m इत्यस्य 10km इत्यनेन (c) 50 पणकस्य रू. 5 इत्यनेन

2. निम्नलिखित-अनुपातान् प्रतिशते परिवर्तयन्तु। (a) 3 : 4 (b) 2 : 3
3. 25 विद्यार्थिषु 72% विद्यार्थिनः गणिते समीचीनाः सन्ति। कति विद्यार्थिनः गणिते समीचीनाः न सन्ति?
4. एकः पादकन्दुकयूथः यावत् क्रीडां अक्रीडत् तावत्सु 10 क्रीडासु जयं अप्राप्नोत् यदि तस्य जयस्य प्रतिशतं 40 आसीत् तर्हि तेन यूथेन कति प्रतिद्वन्द्वः खेलितः?

5. यदि चमेल्याः पार्श्वे स्वकीयधनस्य 75% व्ययस्य पश्चात् रु.600 अवशिष्टं तर्हि जानन्तु यत् तस्याः पार्श्वे आरम्भे कति रुप्यकाणि आसन् ?

6. यदि कस्मिन्नपि नगरे 60% जनाः क्रिकेटक्रीडाम् इच्छन्ति, 30% पादकन्दुकक्रीडाम् इच्छन्ति तथा शेषजनाः अन्यां क्रीडाम् इच्छन्ति तर्हि जानन्तु यत् कति प्रतिशतं जनाः अन्यां क्रीडाम् इच्छन्ति ? यदि आहत्य जनाः 50 लक्षाः सन्ति तर्हि प्रत्येकप्रकारिकां क्रीडाम् ईप्स्यमानानां जनानां संख्यां जानन्तु ।

8.2 वृद्धिप्रतिशतम् अथवा न्यूनप्रतिशतं जानन्तु

वयं स्वदैनिकजीवने प्रायः निम्नलिखितप्रकारिकां सूचनां प्राप्नुमः ।

(i) अङ्कितमूल्योपरि 25% इत्यस्य न्यूनता (ii) शिलातैलस्य (पेट्रोल इति) मूल्ये 10% वृद्धिः

आगच्छन्तु केषाञ्चन ईदृशानाम् उदाहरणानाम् विषये विचारं कुर्मः ।

उदाहरणम् 2 गतवर्षे एकस्य स्कूटरयानस्य मूल्यं 34,000 आसीत् ।

अस्मिन् वर्षे अस्य मूल्ये 20% वृद्धिः जाता । स्कूटरयानस्य नवीनमूल्यं किम् ?

समाधानम्

अनिता उक्तवती यत् सा सर्वप्रथमं मूल्ये वृद्धिं ज्ञास्यति यत् रु. 34,000 इत्यस्य 20% अस्ति ततः परं तदा स्कूटरयानस्य नवीनमूल्यं ज्ञास्यति ।

रु. 34,000 इत्यस्य 20% = रु. $\frac{20}{100} \times 34,000$

= रु. 6800

नवीनमूल्यं = प्राचीनमूल्यं + वृद्धि

= रु. 34,000 + रु.6,800 = रु. 40,800

अथवा

सुनीता घटकीकरणविधेः उपयोगं कृतवती । 20% वृद्धेः अर्थः यत् रु. 100, वृद्धेः पश्चात् रु. 120 भवति। अतः एव रु. 34000 वर्धयित्वा कति भविष्यति?

वृद्धेः पश्चात् मूल्यम् = रु. $\frac{120}{100} \times 34,000$

= रु. 40,800

एवमेव मूल्ये न्यूनं प्रतिशतं यथार्थन्यूनं ज्ञात्वा तथा एतं वास्तविकमूल्ये व्यवकलने कृते सति नवीनमूल्यं भविष्यति ।

स्वीकुर्वन्तु विक्रयणे वृद्ध्यर्थं स्कूटरयानस्य मूल्यं 5% व्यवकलितं तदा स्कूटरयानस्य मूल्यं जानीमः ।

स्कूटरयानस्य मूल्यम् = रु. 34,000

मूल्येषु न्यूनता = रु. 34,000 इत्यस्य 5% = रु. $\frac{5}{100} \times$ रु.34,000 = रु.1700

नवमूल्यम् = प्राचीनमूल्यं - मूल्ये न्यूनता

= रु.34,000 - रु.1700 = रु.32300

वयम् एतं विषयम् अध्यायस्य अग्रिमे अनुभागे अपि उपयोगं कुर्मः ।

8.3 लाभांशस्य ज्ञापनम्

कस्यापि वस्तुनः अङ्कितमूल्ये क्रियमाणा न्यूनता लाभांशः बट्टा इति उच्यते । एतत् सामान्यतः ग्राहकान् क्रयणार्थम् आक्रष्टुम् अथवा सामग्रीणां विक्रयणे वृद्ध्यर्थम् आपणिकः ददाति । भवन्तः अङ्कित-मूल्येभ्यः विक्रयमूल्यं व्यवकलय्य ज्ञातुं शक्नुवन्ति ।

उदाहरणम् 3 रु. 840 इत्यङ्कितं वस्तु रु. 714 इत्यस्मिन् विक्रयणं भवति। लाभांशः अथ लाभांशप्रतिशतं कियत् भवति।

समाधानम् लाभांशः = अङ्कितमूल्यम् - विक्रयमूल्यम्

= रु. 840 - रु. 714 = रु. 126

यतो हि लाभांशः अङ्कितमूल्येषु अस्ति अत एव वयम् अङ्कितमूल्यमेव आधारं मन्यामहे।

रु. 840 अङ्कितमूल्ये रु. 126 लाभांशः अस्ति ,

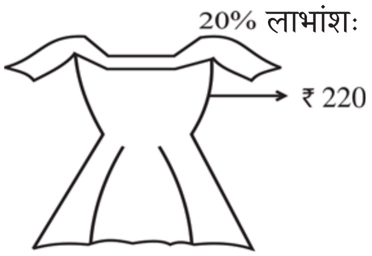
तर्हि रु. 100 इति अङ्कितमूल्ये कति लाभांशः भविष्यति ?

लाभांशः $= \frac{126}{840} \times 100 = 15\%$

यदि लाभांशस्य प्रतिशतं दत्तम् अस्ति तर्हि भवन्तः लाभांशम् अपि ज्ञातुं शक्नुवन्ति।

उदाहरणम् 4 एकस्य अर्धनिचोलस्य (फ्रॉक् इत्यस्य) सूचीमूल्यं रु. 220 अस्ति। विक्रयण-आपणे 20% लाभांशस्य घोषणा भवति। अस्मिन् अर्धनिचोले (फ्रॉक् इत्यस्मिन्) लाभांशस्य राशिः कः तथा अस्य विक्रयमूल्यं किम् ?

समाधानम् अङ्कितमूल्यम् अथ सूची मूल्यं समानं भवति। 20% लाभांशस्य अर्थः अस्ति यत् रु. 100 अङ्कितमूल्योपरि रु. 20 इति लाभांशः वर्तते।



घटकीकरणविधिना रु. 1 इत्यस्मिन् रु. $\frac{20}{100}$ इत्यस्य लाभांशः भविष्यति।

रु. 220 इत्यस्मिन् लाभांशः $= \frac{20}{100} \times$ रु.220 = रु.44

विक्रयमूल्यम् =(रु. 220 - रु. 44) अथवा रु. 176

रेहाना अस्याः समस्यायाः समाधानम् एवं कृतवती

20% लाभांशस्य अर्थः अस्ति यत् रु. 100 इति अङ्कितमूल्योपरि रु. 20 इत्यस्य लाभांशः अस्ति। अतः विक्रयमूल्यं रु. 80 अस्ति। घटकीकरणविधेः उपयोगेन

यदा अङ्कितमूल्यं रु. 100 अस्ति तर्हि विक्रयमूल्यं = रु. 80

यदा अङ्कितमूल्यं रु. 1 अस्ति तर्हि विक्रयमूल्यं = रु. $\frac{80}{100}$

यद्यपि लाभांशज्ञानं विना अपि अहं साक्षात् विक्रयमूल्यं ज्ञातुं शक्नोमि।

अतः यदा अङ्कितमूल्यं 220 अस्ति तर्हि विक्रयमूल्यं $= \frac{80}{100} \times$ रु.220 = रु.176

प्रयासं करोतु

1. एकः आपणः 20% लाभांशं ददाति। निम्नलिखितेषु प्रत्येकं विक्रयमूल्यं कति भविष्यति ?

   रु. 120 अङ्कितमूल्ययुक्तम् एकं वस्त्रम्।

   रु. 750 अङ्कितमूल्ययुक्तम् युगलं पादत्राणम्।

   रु. 250 अङ्कितमूल्ययुक्तः एकः स्यूतः।

1. रु. 15000 अङ्कितमूल्ययुक्ता एका चतुष्पीठिका रु. 14,400 इत्यस्मिन् उपलब्धा अस्ति। लाभांशं लाभांशप्रतिशतं च जानन्तु।
2. एका मञ्जूषा 5% लाभांशे रु. 5225 इत्यस्मिन् विक्रीयते। मञ्जूषायाः अङ्कितमूल्यं जानन्तु।

8.3.1 प्रतिशते आकलनम्

एकस्मिन् आपणे भवतां मूल्यपत्रं रु. 577.80 अस्ति तथा आपणिकः 15 लाभांशम् अपि प्रददाति। भवन्तः देयराशीनाम् आकलनं कथं करिष्यन्ति ?

(i) देयराशिपत्रं रु. 577.80 इत्यस्य निकटतमदशके पूर्णाङ्कितं कुर्वन्तु अर्थात् रु. 580।

(ii) अस्य 10% जानन्तु अर्थात् $\frac{10}{100}$ × रु.580=रु.58

(iii) अस्य अर्धं स्वीकुर्वन्तु। अर्थात् $\frac{1}{2}$ × रु.58 = रु.29

(iv) (ii) तथा (iii) इत्यनयोः राशिं योजयन्तु। योजयामः चेत् रु. 87 इति प्राप्यते।
अत एव भवन्तः स्व देयपत्रस्य राशिं रु. 87 अथवा रु. 85 न्यूनं कर्तुं शक्नुवन्ति।
एवम्प्रकारेण देयपत्रस्य राशेः सन्निकटमानं रु. 495 भविष्यति।

1. अस्यैव देयपत्रराशेः 20% लाभांशात् आकलनं कर्तुं प्रयत्नं कुर्वन्तु।
2. रु. 375 इत्यस्य 15% ज्ञातुं प्रयत्नं कुर्वन्तु।

8.4 क्रयणेन विक्रयणेन च सम्बन्धितं मूल्यम् (लाभः हानिश्च)

विद्यालयमेलकाय अहम् एकं भाग्योदयचिटिका-आपणम् उद्घाटयामि । एकस्याः भाग्योदयचिटिकायाः अहं रु. 10 ग्रहीष्यामि परन्तु अहं दातुम् एतादृशं वस्तु क्रेष्यामि यस्य मूल्यं रु. 5 अस्ति।

एवं रीत्या भवती 100% लाभं स्वीकरोति।

अहं तम् उपहारं वेष्टितुं रु. 3 कागदे तथा आवेष्टके (टेप् इत्यस्मिन्) व्ययं करिष्यामि। एवम्प्रकारेण मम व्ययः रु. 8 अस्ति। यथा मम रु. 2 इत्यस्य लाभः मिलति यः $\frac{2}{8}$ ×100=25 % अस्ति।

कदाचित् यदा एकस्य वस्तुनः क्रयणं भवति तर्हि क्रयणसमये अथवा विक्रयणस्य पूर्वं किञ्चित् अतिरिक्तं धनम् अपि व्ययीभवति। एषः व्ययः क्रयमूल्ये युज्यते। एषः व्ययः कदाचित् अतिरिक्त-व्ययत्वेन गण्यते। एतस्मिन् एतादृशः व्ययः भवितुम् अर्हति यथा जीर्णोद्धारे, श्रमिकेषु, परिवहने च व्ययीभूतः राशिः।

8.4.1 क्रयमूल्यं / विक्रयमूल्यं , लाभप्रतिशतं / हानिप्रतिशतं जानन्तु

उदाहरणम् 5 सोहनः एकं प्राचीनं शीतजनित्रं 2500 रूप्यकैः क्रीतवान्। सः रु. 500 तस्य पुनर्निर्माणे व्ययं कृतवान् तथा रु. 3300 मूल्ये विक्रीतवान्। तस्य लाभहानिप्रतिशतं जानन्तु।

समाधानम् क्रयमूल्यं = रु. 2500 + रु.500 = रु. 3000

(क्रयमूल्यं ज्ञातुम् उपर्युक्त-व्ययस्य योगः भवति)

विक्रयमूल्यं = रु. 3300

यथा विक्रयमूल्यं > क्रयमूल्यं, तस्य रु. 3300 - रु. 3000 रु. 300 इत्यस्य लाभः जातः। एवम्प्रकारेण रु. 3000 इत्यस्मिन् तस्य रु. 300 इत्यस्य लाभः जातः। रु. 100 इत्यस्मिन् तस्य कति लाभः भविष्यति।

रु. 100 इत्यस्मिन् लाभः = $\frac{300}{3000} \times 100\% = \frac{30}{3}\% = 10\%$ लाभप्रतिशतं

$$(P\%) = \frac{\text{लाभः}}{\text{क्रयमूल्यम्}} \times 100\%$$

प्रयासं करोतु

1. यदि लाभस्य परिमाणं 5% अस्ति तर्हि निम्नलिखितस्य विक्रयमूल्यं जानन्तु।
   (a) रु. 700 रुप्यकैः एकं द्विचक्रिकायानं यस्योपरि अतिरिक्त-व्ययः रु. 50 अस्ति।
   (b) रु. 1150 रूप्यकैः एकस्य घासकर्तनयन्त्रस्य क्रयणं जातं यस्मिन् 50 रुप्यकस्य व्ययः परिवहनव्ययस्य रूपे अभवत्।
   (c) रु. 560 रुप्यकेषु क्रीतम् एकं व्यजनं यस्मिन् 40 रुप्यात्मकस्य पुनर्निर्माणस्य व्ययः अभवत्।

उदाहरणम् 6 एकः आपणिकः 200 विद्युद्धीपान् क्रीतवान्। प्रतिविद्युद्दीपं 10 रुप्यकैः क्रीतवान्। तेषु 5 विद्युद्दीपाः असमीचीनाः आसन् अतः क्षिप्तवान्। प्रति-विद्युद्दीपं रु.12 इति मूल्ये अवशिष्टविद्युद्दीपान् विक्रीतवान्। विक्रीतवान्। लाभस्य हानेश्च प्रतिशतं जानन्तु।

समाधानम् 220 विद्युद्दीपानां क्रयमूल्यं = 200 × रु.10 = रु. 2000

5 विद्युद्दीपाः असमीचीनाः आसन् अत एव अवशिष्टानां विद्युद्दीपानां संख्या

= 200-5 = 195 एतेषां विक्रयणं 12 रुप्यात्मके मूल्ये जातम्।

195 विद्युद्दीपानां विक्रयमूल्यं =195 × रु.12 = रु. 2340

अत्र ‘ विक्रयमूल्यं > क्रयमूल्यं’ अस्ति अत एव स्पष्टतः तस्य लाभः जातः।

लाभः = रु.2340 - रु. 2000 = रु. 340

रु. 2000 इत्यस्मिन् रु. 340 इत्यस्य लाभः जातः तर्हि रु. 100 रुप्यकेषु कति रुप्यकाणां लाभः भविष्यति ?

प्रतिशतं लाभः = $\frac{340}{2000} \times 100\% = 17\%$

उदाहरणं 7 मीनू व्यजनद्वयं 1200 रुप्यात्मके क्रीतवती। सा एकं व्यजनं 5% हानिना तथा द्वितीयं व्यजनं 10% लाभेन साकं विक्रीतवती। प्रत्येकं व्यजनस्य विक्रयमूल्यं जानन्तु। आहत्य लाभं हानिञ्च जानन्तु।

समाधानम् प्रत्येकं व्यजनस्य क्रयमूल्यं = रु.1200।

एकं व्यजनं 5% हानिना साकं विक्रयति।

अस्य अर्थः अयमेव यत् यदि क्रयमूल्यं रु. 100 अस्ति तर्हि विक्रयमूल्यं रु. 95 अस्ति। अत एव क्रयमूल्यं रु.1200 अस्ति तदा विक्रयमूल्यं = $\frac{95}{100}$ × रु.1200 = रु.1140।

द्वितीयं व्यजनं 10 लाभेन साकं विक्रयति अस्य तात्पर्यम् इदमेव यत् यदि क्रयमूल्यं रु. 100 अस्ति तर्हि विक्रयमूल्यं रु. 110 अस्ति।

अत एव यदा क्रयमूल्यं रु. 1200 अस्ति तदा विक्रयमूल्यं = $\frac{110}{100} \times$ रु.1200 =1320

आहत्य लाभः अभवत् उत हानिः ?

एतत् ज्ञातुं यत् आहत्य लाभः अभवत् अथवा हानिः वयं संयुक्त-क्रयमूल्यम् एवं संयुक्तविक्रयमूल्यं ज्ञातुम् आवश्यकता अस्ति।

आहत्यक्रयमूल्यं = रु.1200 + रु. 1200 = रु. 2400

आहत्यविक्रयमूल्यं = रु.1140 + रु.1320 = रु. 2460

यतो हि आहत्य विक्रयमूल्यं > आहत्य क्रयमूल्यम्

अत एव रु. (2460 - 2400) अर्थात् रु. 60 इत्यस्य लाभः अभवत्।

प्रयासं करोतु

एकः आपणिकः दूरदर्शनद्वयस्य क्रयणं 10,000 रुप्यकैः कृतवान्। सः एकं दूरदर्शनं 10% हानिना साकम् अथ द्वितीयं 10% लाभेन साकं विक्रीतवान्। जानन्तु यत् आहत्य अस्मिन् क्रमे लाभः अभवत् अथवा हानिः।

8.5 विक्रयणकरः

अध्यापकः कक्ष्यायाम् एकं धनविवरणपत्रं दर्शितवान् यस्मिन् निम्नलिखितशीर्षकं लिखितम् आसीत्

पत्रसंख्या			दिनाङ्कः	
खाद्यसूची				
क्र.सं.	वस्तु	मात्रा	स्तरः	राशिः
		देयराशिः + रु. विक्रयणकरः		
	आहत्ययोगः			

ST इत्यस्य अर्थः अस्ति विक्रयण-करः अस्ति।

कस्यापि वस्तुनः विक्रयणे विक्रयणकरः सर्वकारेण स्वीक्रियते। एतं करम् आपणिकः ग्राहकात् स्वीकरोति तथा सर्वकारं प्रति ददाति। अत एव एषः करः सर्वदैव वस्तुनः विक्रयमूल्ये संयोजितः भवति तथा देयधनपत्रे एतस्य योगः भवति। अद्यत्वे वस्तूनां मूल्ये एषः करः (VAT) रूपेण युज्यते।

उदाहरणम् 8 (विक्रयणकरस्य ज्ञानम्) कस्मिंश्चित् आपणे युगलयोः चक्रान्वित-उपानहोः मूल्यं रु. 450 आसीत्। दत्तस्य विक्रयणकरस्य मूल्यं 5% आसीत्। धनविवरणपत्रस्य देयराशिं जानन्तु।

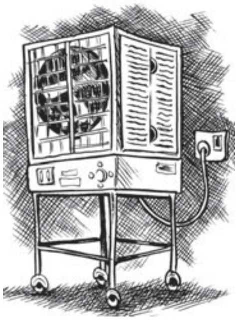
समाधानम् 100 रुप्यकाणां देयराशीनां करः रु. 5 आसीत्।

रु. 450 इत्यस्मिन् देयराशीनां करः अस्ति = $\frac{5}{100}$ × रु.450 = रु.22.50

धनविवरणपत्रस्य देयराशिः = क्रयमूल्यं + विक्रयणकरः

= रु. 450 + रु. 22.50 = रु. 472.50

उदाहरणम् 9 वैट-माध्यमेन वहीदा एकं शीतयन्त्रं 10% करसहितेन 3300 रुप्यकात्मकैः क्रीतवती। वैट इत्यस्य योगात् पूर्वं शीतयन्त्रस्य मूल्यं जानन्तु।



समाधानम् मूल्ये वैट इत्यपि युक्तं वर्तते।

अतः 10% वैट इत्यस्य अर्थः अस्ति यत् यदि वैटरहितमूल्यं 100 रुप्यकम् अस्ति तर्हि वैटसहितमूल्यं 110 रुप्यकम् अस्ति। अधुना यदि वैटसहितं मूल्यं 110 रुप्यकम् अस्ति तर्हि वास्तविकमूल्यं 100 रुप्यम् अस्ति।

अतः यदा करसहितमूल्यं 3300 रुप्यकम् अस्ति तर्हि वास्तविकं मूल्यं = $\frac{100}{110}$ × रु.3300 = रु.3000

प्रयासं करोतु

1. निम्नलिखितवस्तूनां क्रयणे यदि 5% विक्रयणकरः युज्यते तर्हि प्रत्येकं विक्रयमूल्यं जानन्तु।
   (i) 50 रुप्यात्मकस्य एकम् अङ्गवस्त्रम्।
   (ii) फेनकद्वयं प्रत्येकं मूल्यं 35 रुप्यात्मकम्।
   (iii) 15 रुप्यकैः प्रतिकिलोग्राममात्रया 5 किलोग्रामपरिमितं गोधूमचूर्णकम्।
2. निम्नलिखितवस्तुनः मूल्ये यदि 8 % वैटसम्मिलितम् अस्ति तर्हि वास्तविकं मूल्यं जानन्तु।
   (i) 13500 रुप्यकैः क्रीतम् एकं दूरदर्शनम्।
   (ii) 180 रुप्यकैः क्रीता एका शिरःफेनककूपी।

विचारयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अथ लिखन्तु

1. कामपि संख्यां द्विगुणिते कृते सति तस्यां संख्यायां 100% वृद्धिः भवति। यदि वयं तां संख्यां अर्धं कुर्मः तर्हि कति प्रतिशतं ह्रासः भविष्यति ?
2. 2400 रुप्यकाणां तोलनायां 2000 रुप्यकं कति प्रतिशतं न्यूनम् अस्ति। किम् एतत् प्रतिशतं तावदेव अस्ति यावत् 2000 रुप्यकाणां तोलनायां 2400 रुप्यकम् अधिकम् अस्ति ?

प्रश्नावली 8.2

1. एकस्य जनस्य वेतने 10% वृद्धिः भवति। यदि तस्य नवीनवेतनं 1,54,000 रुप्यकाणि सन्ति तर्हि तस्य मूलवेतनं जानन्तु।
2. रविवासरे 845 जनाः जन्तुशालां गतवन्तः। सोमवासरे केवलं 169 जनाः गतवन्तः। जन्तुशालायाः भ्रम्यमाणानां जनानां संख्या सोमवासरे कति प्रतिशतं न्यूना जाता ?
3. एकः आपणिकः 2400 रुप्यकैः 80 वस्तूनां क्रयणं करोति तथा तानि वस्तूनि 16% लाभं नीत्वा विक्रयति। एकस्य वस्तुनः विक्रयमूल्यं जानन्तु।

4. एकस्य वस्तुनः मूल्यं 15,500 रुप्यकम् आसीत्। 450 रुप्यकम् अस्य पुनर्निर्माणे व्ययी कृतवान्। यदि तत् वस्तु 15 लाभांशे विक्रयति तर्हि तस्य विक्रयमूल्यं जानन्तु।
5. एकं वी.सी.आर-यन्त्रं तथा दूरदर्शनम् इति द्वयम् अपि प्रत्येकं 8000 रुप्यकैः क्रीतं। आपणिकः वी.सी.आर-यन्त्रे 4% हानिं ऊढवान् तथा दूरदर्शने 8% लाभं प्राप्तवान्।
6. विशेषविक्रयणक्रमे एकः आपणः सर्वेषां वस्तूनां अङ्कितमूल्येषु 10 % लाभांशं ददाति 1450 रुप्यकाङ्कितम् एकं जीन्स-उरुकं तथा युतकद्वयं यस्मिन् प्रत्येकम् अङ्कितं मूल्यं 850 रुप्यकम् अस्ति। एतं क्रयणार्थं कश्चित् ग्राहकः कति धनराशिं दद्यात्?

7. एकः दोग्धा स्व द्वे महिष्यौ 20,000 रुप्यकैः प्रतिमहिषिपरिमाणेन विक्रीतवान्। एकस्यां महिष्यां 5% लाभः जातः तथा द्वितीयस्यां 10% हानिः अभवत्। अस्मिन् क्रयविक्रयणे तस्य आहत्य लाभं हानिं वा जानन्तु। (सङ्केतः सर्वप्रथमं प्रत्येकं क्रयमूल्यं जानन्तु)
8. एकस्य दूरदर्शनयन्त्रस्य मूल्यं 13,000 रुप्यकम् अस्ति। अस्मिन् 12% धनेन विक्रयणमूल्यं गृह्णाति यदि विनोदः एतत् दूरदर्शनं क्रीणाति तर्हि देयधनराशिं जानन्तु।
9. अरुणः युगलौ चक्रान्वितौ उपानहौ एकस्मात् विशेष-आपणात् क्रीत्वा आनयत् यस्मिन् लाभांशस्य भागः 20 प्रतिशतम् आसीत् यदि तेन 1600 रुप्यकं दत्तं तर्हि अङ्कितं मूल्यं जानन्तु।
10. अहम् एकं केश-शोषकं 8% वैटसहितं 5400 रुप्यकैः क्रीतवान्। वैट इत्यस्य योजनात् पूर्वं तस्य मूल्यं जानन्तु।

8.6 चक्रवृद्धिः

सम्भवतः भवन्तः एतादृशं वचनं श्रुतवन्तः स्युः यत् वित्तकोषे सावधिसञ्चितधने एकवर्षस्य वार्षिक-स्कर-वृद्धिः 9% अथवा संक्षिप्त-वित्तकोषपत्रके वार्षिक-स्तर-वृद्धिः 5% अस्ति।

वित्तकोषः अथवा पत्रालयः सदृक् संस्थानां पार्श्वे संरक्षिते धने एताभिः संस्थाभिः दत्तम् अतिरिक्तं धनं वृद्धिः इति उच्यते। यदा जनाः धनस्य कृते ऋणं नयन्ति तर्हि तैः एव वृद्धेः धनं दीयते। वयं साधारणवृद्धिः परिकलनं पूर्वम् एव जानीमः।

उदाहरणम् 10 10,000 रुप्यकात्मकः राशिः 15% वार्षिक-वृद्धि-स्तरे 2 वर्षाय गृह्यते। अस्मिन् राशौ साधारण-वृद्धिः तथा 2 वर्षान्ते देयधनराशिं जानन्तु।

समाधानम् 100 रुप्यात्मके 1 वर्षाय देय-वृद्धिः 15 रुप्यकात्मकः अस्ति।

अत एव 10,000 इत्यस्य 1 वर्षस्य वृद्धिः $= \frac{15}{110} \times 10000 =$ रु.1500

2 वर्षस्य वृद्धिः = रु.1500×2 = रु.3000

2 वर्षस्य अन्ते देयधनराशिः = मूलधनम् + वृद्धिः

= रु.10000 + रु.3000 = रु.13000

प्रयासं करोतु

5 वार्षिक-वृद्धि-स्तरे 15000 रुप्यकस्य 2 वर्षस्यान्ते वृद्धिं तथा देयराशिसहितम् आहत्य राशिं जानन्तु ।

मम पिता किञ्चित् धनं 3 वर्षस्य कृते पत्रालये सञ्चितम् कृतवान् । प्रत्येकं वर्षं धनस्य वृद्धिः गतवर्षस्य तोलनायाम् अधिकं भवति ।

अस्माकं पार्श्वे वित्तकोषे किञ्चित् धनम् अस्ति । प्रतिवर्षं कश्चित् वृद्धिः अस्मिन् धने युज्यते यत् वित्तविवरणिकायां (पासबुक इति) दर्शितः भवति । योज्यमानः एषः वृद्धिः प्रत्येकं वर्षे समानः नास्ति प्रत्येकं वर्षे अस्मिन् वृद्धिः जायते ।

मम पिता किञ्चित् धनं 3 वर्षस्य कृते पत्रालये सञ्चितम् कृतवान् । प्रत्येकं वर्षं धनस्य वृद्धिः गतवर्षस्य तोलनायाम् अधिकं भवति ।

आगच्छन्तु वयम् एकस्मिन् उदाहरणे चर्चां कुर्मः तथा प्रत्येकं वर्षस्य पृथक्-पृथक् वृद्धिं जानीमः । प्रत्येकं वर्षे अस्माकं सञ्चितराशिः अथवा धनं परिवर्तितं भवति ।

चक्रवृद्धिः परिकलनम्

8% वृद्धेः परिमाणेन हीना 2 वर्षाय 20,000 रुप्यकात्मकं गृह्णाति यद्यपि कुसीदः वार्षिकरूपेण संयोजयति । 2 वर्षस्य अन्ते चक्रवृद्धिः एवं तद्द्वारा देयधनराशिं जानन्तु ।

असलमः अध्यापकं पृच्छति यत् किम् एतस्य अर्थः अयम् अस्ति यत् वयं प्रत्येकं वर्षस्य पृथक्-पृथक् रूपेण जानीमः । अध्यापकः अवदत् इति अवदत् । तथा तं निम्नलिखितचरणानाम् उपयोगं कुर्वन्तु इत्यपि अकथयत् ।

1. एकवर्षस्य साधारणं कुसीदं जानन्तु स्वीकुर्वन्तु प्रथमवर्षस्य मूलधनम् P_1 अस्ति ।

   अत्र P_1 = रु. 20,000

   SI_1 = 8% वार्षिक-स्तरेण प्रथमवर्षस्य साधारणवृद्धिः

   $= \frac{20000 \times 8}{100}$ = रु.1600

2. तत्पश्चात् देयधनराशिम् अथवा प्राप्तधनराशिं जानन्तु । एतत् 2 वर्षस्य कृते मूलधनं भवति ।

   प्रथमवर्षस्य अन्ते राशिः = $P_1 + SI_1$ = रु. 20000 + रु.1600

   = रु. 21600 = P_2 (द्वितीयवर्षस्य मूलधनम्)

3. अस्मिन् राशौ द्वितीयवर्षस्य वृद्धिं जानन्तु।

SI_2 = 8% वार्षिक-स्तरेण द्वितीयवर्षस्य साधारणं वृद्धिः

$$= \text{रु. } \frac{21600 \times 8}{100} = \text{रु.}1728$$

4. द्वितीयवर्षस्य अन्ते दीयमानं राशिम् अथवा प्राप्यमाणं राशिं जानन्तु।

द्वितीयवर्षस्य अन्ते राशिः $= P_2 + SI_2$

= रु. 21600 + रु.1728

= रु. 23328

आहत्य देयः वृद्धिः = रु.1600 + रु.1728

= रु. 3328

रीता पृष्टवती किं वृद्धेः राशिः साधारणकुसीदस्य कृते भिन्नः भविष्यति। अध्यापकः तं 2 वर्षस्य साधारणवृद्धिं जानन्तु येन स्वयमेव भेदम् अनुभवन्तु इति अवदत्।

$$\text{2 वर्षस्य साधारणं वृद्धिः} = \text{रु. } \frac{20000 \times 8 \times 2}{100} = \text{रु.}3200$$

रीता अवदत् यत् चक्रवृद्धि-कारणेन हीनायाः कृते 128 रुप्यकम् अधिकं दातव्यं भविष्यति। आगच्छन्तु अधुना वयं साधारण-वृद्धिः अथ चक्रवृद्धि इत्यनयोः अन्तरं पश्यामः। 100 रुप्यकात् आरम्भं कुर्मः सारणीं पूरयितुं प्रयासं कुर्मः।

अस्य अर्थः अयम् अस्ति यत् भवान् तदानीं यावत् दत्ते कुसीदे कुसीदं ददाति।

		साधारणकुसीदस्य अन्तर्गते	चक्रवृद्धिकुसीदस्य अन्तर्गते
प्रथमवर्षः	मूलधनं	₹ 100.00	₹ 100.00
	10% परिमाणात् कुसीदवर्षस्य	₹ 10.00	₹ 10.00
	अन्ते राशिः	₹ 110.00	₹ 110.00
	मूलधनं	₹ 100.00	₹ 110.00
द्वितीयवर्षः	10% परिमाणात् कुसीदवर्षस्य	₹ 10.00	₹ 11.00
	अन्ते राशिः	₹ (110 + 10) = ₹120.00	₹ 121.00
	मूलधनं	₹ 100.00	₹ 121.00
	10% परिमाणात् कुसीदवर्षस्य	₹ 10.00	₹ 12.10
तृतीयवर्षः	अन्ते राशिः रु.100.00	₹ (120 + 10) = ₹ 130.00	₹ 133.10

ध्यानं ददातु यत् 3 वर्षे

साधारणवृद्ध्या प्राप्तः वृद्धिः = रु. (130 - 100) = रु. 30

चक्रवृद्धिवृद्ध्या प्राप्तः वृद्धिः = रु. (133.10 - 100) = रु. 33.10

एतत् अपि ध्यातव्यं यत् साधारणवृद्धेः अन्तर्गते प्रत्येकं वर्षे मूलधनं समानं भवति यद्यपि चक्रवृद्धेः अन्तर्गते प्रत्येकं वर्षस्य पश्चात् परिवर्तयति।

8.7 चक्रवृद्धेः सूत्रस्य निगमनम्

जुबेदा स्व अध्यापकात् पृच्छति किं चक्रवृद्धिंकुसीदं ज्ञातुं कश्चित् सरलः विधिः अस्ति ? अध्यापकः अवदत् चक्रवृद्धिं ज्ञातुं एकः संक्षिप्तविधिः अस्ति। आगच्छन्तु एतत् ज्ञातुं वयं प्रयत्नं कुर्मः।

स्वीकुर्वन्तु R% वार्षिकवृद्धेः परिणामात् मूलधनं P_1 इत्यस्मिन् वृद्धिः- वार्षिकरूपेण संयोजितः भवति। स्वीकुर्वन्तु =रु.5000 तथा R = 5% वार्षिकं तदा उपर्युक्तचरणानां सहायतया -

1. $SI_1 = रु.\ \dfrac{5000 \times 5 \times 1}{100}$ अथवा $SI_1 = रु.\ \dfrac{P_1 \times R \times 1}{100}$

अत एव $A_1 = 5000 + रु.\ \dfrac{5000 \times 5 \times 1}{100}$ अथवा $A_1 = P_1 + SI_1 = P_1 + \dfrac{P_1 R}{100}$

$= 5000\left(1+\dfrac{5}{100}\right) = रु.P_2$ $\qquad$ $= P_1\left(1+\dfrac{R}{100}\right) = रु.P_2$

$SI_2 = 5000\left(1+\dfrac{5}{100}\right)$ रु. $\dfrac{5 \times 1}{100}$ अथवा $SI_2 = रु.\ \dfrac{P_2 \times R \times 1}{100}$

$= रु.\ \dfrac{5000 \times 5}{100}\left(1+\dfrac{5}{100}\right)$ $\qquad$ $= P_1\left(1+\dfrac{R}{100}\right) \times \dfrac{R}{100}$

$$= \frac{P_1 R}{100}\left(1+\frac{R}{100}\right)$$

$A_2 = 5000\left(1+\dfrac{5}{100}\right)$ $\qquad$ $A_2 = P_2 + SI_2$

$+ रु.\ \dfrac{5000 \times 5}{100}\left(1+\dfrac{5}{100}\right)$ $\qquad$ $= P_1\left(1+\dfrac{R}{100}\right) + P_1\ \dfrac{R}{100}\left(1+\dfrac{R}{100}\right)$

$= रु.5000\left(1+\dfrac{5}{100}\right)\left(1+\dfrac{5}{100}\right)$ $\qquad$ $= P_1\left(1+\dfrac{R}{100}\right)\left(1+\dfrac{R}{100}\right)$

$= रु.5000\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^2 = P_3$ $\qquad$ $= P_1\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^2 = P_3$

एवमेव अग्रे वर्धन-क्रमे n वर्षस्य अन्ते आहत्य राशिः

$A_n = P_1\left(1+\dfrac{R}{100}\right)^n$ भविष्यति

अथवा वयं कथयितुं पारयामः यत् $A=P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

जुबेदा उक्तवती परन्तु यदा अस्य उपयोगं वयं कुर्मः तदा वयं केवलं वर्षस्य अन्ते आहत्य देयराशीनां सूत्रं प्राप्नुमः चक्रवृद्धेः सूत्रं न। अरुणा सत्वरम् एव उक्तवती यत् वयं जानीमः -

चक्रवृद्धिः = आहत्यराशिः - मूलधनम्

अर्थात् CI = A - P अत एव वयं चक्रवृद्धिं अपि सरलतया ज्ञातुं शक्नुमः।

उदाहरणम् 11 12,600 रुप्यकस्य 2 वर्षाय 10% वार्षिकस्तरेण चक्रवृद्धिं जानन्तु यद्यपि वृद्धिः वार्षिकरूपेण संयोजितः भवति।

समाधानम् वयं प्राप्तवन्तः $A=P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

अत्र मूलधनं (P) = रु.12600 वृद्धिस्तरः (R) = 10%

वर्षाणां संख्या (n) = 2

$$A = \text{रु.}12600\left(1+\frac{10}{100}\right)^2 = \text{रु.}12600\left(\frac{11}{10}\right)^2$$

$$= \text{रु.}12600\times\frac{11}{10}\times\frac{11}{10}=15246$$

चक्रवृद्धिः =A - P = रु.15246 - रु.12600 = रु.2646

प्रयासं करोतु

1. 8000 रुप्यकस्य 2 वर्षाय 5% वार्षिकस्तरे चक्रवृद्धिं जानन्तु यदि वृद्धिः वार्षिकरूपेण संयोजितः भवति।

8.8 परिमाणस्य वार्षिकम् अथवा अर्धवार्षिकं संयोजनम्

सम्भवतः भवन्तः ज्ञातुम् एष्यन्ति यत् परिमाणम् इत्यस्य पश्चात् वार्षिकसंयोजनं कथं लिखितम् आसीत्। किम् अस्य कश्चित् अर्थः अस्ति वा ?

अवश्यमेव अस्य अर्थः अस्ति यतो हि वयं वृद्धेः परिमाणस्य अर्धवार्षिकम् अथवा त्रिमासस्य संयोजनम् अपि कर्तुं शक्नुमः।

आगच्छन्तु वयं पश्यामः यत् यदि वृद्धेः वार्षिकम् अथवा अर्धवार्षिकं संयोजनं भवेत् तर्हि 100 रुप्यकस्य वृद्ध्यां कियत् परिवर्तनं भविष्यति ?

यदा कुसीदः वार्षिकरूपेण संयोजितः न स्यात् तदा समयावधिः तथा परिमाणम्।

सः समयावधिः यस्मात् परं प्रत्येकं वारं नवीनं मूलधनं निर्मातुं वृद्धेः योगः भवति। सः रूपान्तरणविधिः भवति। यदा वृद्धिः अर्धवार्षिकरूपेण संयोजितः भवति तदा एकस्मिन् वर्षे प्रत्येकं षण्मासस्य **रूपान्तरणविधेः** विभागद्वयं भवति। एतादृश्यां परिस्थित्यां अर्धवार्षिक परिमाणं वार्षिकपरिमाणस्य अर्धं भविष्यति। यदि कुसीदं त्रिमासे संयोजयामः तदा किं भविष्यति ? एतादृश्यां स्थित्यां एकस्मिन् वर्षे 4 रूपान्तरण-अवधयः भविष्यन्ति तथा त्रिमासस्य परिमाणं वार्षिक-परिमाणस्य चतुर्थभागः भविष्यति।

P = 100 रुप्यकं तथा 10% वार्षिकपरिमाणम्	P = 100 रुप्यकं तथा 10% वार्षिकपरिमाणम्
प्रत्येकं वृद्धेः संयोजन-वार्षिक-समयावधिः 1 वर्षम् अस्ति।	वृद्धेः संयोजन-अर्धवार्षिक-समयावधिः 6 मासाः अथवा वर्षम् $\frac{1}{2}$ अस्ति।
I= $\frac{10\times10\times10}{100}$ = रु.10	I = $\frac{10\times10\times\frac{1}{2}}{100}$ = रु. 5
A = रु.100 + रु.10 = रु.110	A = रु.100 + रु. 5 =रु.105 अधुना अग्रिमषण्मासानां कृते P = रु.105
	अतः I=रु. $\frac{10\times10\times\frac{1}{2}}{100}$ = रु.5.25 तथा A = रु.105 + रु. 5.25 = रु.110.25

परिमाणम् अर्धं भवति

किं भवन्तः दृष्टवन्तः यत् यदि वृद्धार्धवार्षिकं संयोजितं भवति तर्हि वयं वृद्धेः अभिकलनं वारद्वयं कुर्मः, अत एव अवधिः द्विगुणितः भवति तथा परिमाणम् अर्धं भवति।

प्रयासं करोतु

निम्नलिखिते वृद्धेः संयोजनाय समयावधिं परिमाणञ्च जानन्तु।

1. $1\frac{1}{2}$ वर्षाय 8% वार्षिकपरिमाणोपरि एकस्मिन् ऋणात्मके राशौ वृद्धिः अर्धवार्षिकरूपेण संयोजितः भवति।
2. 2 वर्षाय 4% वार्षिक-परिमाणोपरि एकस्मिन् ऋणात्मके राशौ वृद्धिः अर्ध-वार्षिक-रूपेण संयोजितः भवति।

विचारयन्तु, चर्चां कुर्वन्तु अथ लिखन्तु

एकः राशिः 16% वार्षिकपरिमाणोपरि 1 वर्षाय ऋणं गृह्णाति यदि वृद्धिः प्रत्येकं मासत्रयानन्तरं संयोजितः भवति तर्हि 1 वर्षे कति वारं वृद्धिः देया भविष्यति।

उदाहरणम् 12 यदि वृद्धेः संयोजनम् अर्धवार्षिकं भवति तदा $1\frac{1}{2}$ वर्षाय 10% वार्षिकपरिमाणोपरि गृहीतस्य ऋणस्य 12,000 रुप्यकस्य ऋणदानाय कियत् राशिःदातव्यः।

समाधानम्

प्रथमं षण्मासानां कृते मूलधनम् रु. 12,000	प्रथमं षण्मासानां कृते मूलधनम् रु. 12,000
$1\frac{1}{2}$ वर्षेषु 3 षण्मासिकी भवति अत एव वृद्धि-संयोजनं 3 वारं भविष्यति। कुसीदस्य परिमाणं =10% इत्यस्य अर्धं = 5% अर्धवार्षिकः $A=P\ (1+R/100)^n$ $= \text{रु.}12000(1+\frac{R}{100})^3$ $= \text{रु.}12000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$ $= \text{रु.}13891.50$	कालः = 6 मासः = $\frac{6}{12}$ वर्षः = $\frac{1}{2}$ वर्षः परिमाणम् = 10% $I=\text{रु.}\ \frac{12000\times10\times\frac{1}{2}}{100} = \text{रु.}600$ $A=P+I=\text{रु.}12000+\text{रु.}600$ = रु.12600 एतत् अग्रिमषण्मासस्य कृते मूलधनम् अस्ति।
	$I=\text{रु.}\ \frac{12600\times10\times\frac{1}{2}}{100} = \text{रु.}630$ तृतीय-अवधेः मूलधनम् = रु.12600+रु.630 = रु.13230 $I=\text{रु.}\ \frac{13230\times10\times\frac{1}{2}}{100} = \text{रु.}661.50$ $A=P+I=\text{रु.}13230+\text{रु.}661.50=13891.50$

प्रयासं करोतु

निम्नलिखिताय देयराशिं जानन्तु

1. 2400 रुप्यात्मके 5% वार्षिकपरिमाणात् वृद्धेः वार्षिकसंयोजनं कृत्वा 2 वर्षान्ते।
2. 1800 रुप्यात्मके 8% वार्षिकपरिमाणात् वृद्धेः त्रिमासिकसंयोजनं कृत्वा 1 वर्षान्ते।

उदाहरणम् 13 10,000 रुप्यकस्य राशेः 1 वर्षाय 3 मासाय च वार्षिक-स्तरे निवेशे कृते सति चक्रवृद्धिं जानन्तु यद्यपि वृद्धेः वार्षिकरूपेण संयोजितः भवति।

समाधानम् मयूरी सर्वप्रथमं समयं वर्षेषु परिवर्तितवति।

$$1 \text{ वर्षः } 3 \text{ मासाः} = 1\frac{3}{12} \text{ वर्षः } 1\frac{1}{4} \text{ वर्षः}$$

मयूरी तया ज्ञातसूत्रे मानं आणेतुं प्रयत्नं कृतवती तथा

$A = \text{रु.}10000\left(1+\frac{17}{200}\right)^{1\frac{1}{4}}$ इति प्राप्तवती।

सा व्याकुला आसीत्। सा स्वकीय-अध्यापकात् पृष्टवती यत् सा भिन्नरूपीघातं कथं ज्ञास्यति। अध्यापकः तस्यै निम्नलिखितसङ्केतं दत्तवान्।

प्रथम-अवधेः एकः सम्पूर्णः भागः अर्थात् 1 वर्षाय राशिं जानन्तु। तत्पश्चात् एतं मूलधनरूपे उपयोगं कृत्वा $\frac{1}{4}$ वर्षस्य साधारणं वृद्धिं जानन्तु।

$$A = \text{रु.}10000\left(1+\frac{17}{200}\right)$$

$$= \text{रु.}10000 \times \frac{217}{200} = \text{रु.}10850$$

अधुना अयं राशिः अग्रिम $\frac{1}{4}$ वर्षाय मूलधनस्य कार्यं करिष्यति।

वयं रु. 10,850 इत्यस्य $\frac{1}{4}$ वर्षाय साधारणं वृद्धिं जानीमः।

$$\text{साधारणं कुसीदः (SI)} = \text{रु.}\ \frac{10850\times\frac{1}{4}\times17}{100\times2}$$

$$= \text{रु.}\ \frac{10850\times1\times17}{800} = \text{रु.}\ 230.56$$

प्रथमवर्षस्य वृद्धिः = रु. 10850 - रु. 10000 = रु. 850

तथा अग्रिम $\frac{1}{4}$ वर्षस्य वृद्धिः = रु. 230.56

इत्थम् आहत्य चक्रवृद्धिः = 850 + 230.56 = रु. 1080.56

8.9 चक्रवृद्धेः सूत्रस्य अनुप्रयोगः

कतिचन एतादृश्यः स्थितयः सन्ति यत्र वयं चक्रवृद्धेः आहत्य राशिं ज्ञातुं सूत्रस्य उपयोगं कर्तुं शक्नुमः। एतेषु कानिचन निम्नलिखितानि सन्ति।

(i) जनसंख्यायां वृद्धिः (अथवा ह्रासः)

(ii) यदि विषाणुवृद्धेः परिमाणं ज्ञातम् अस्ति तर्हि तस्य पूर्णं वृद्धिं जानन्तु।

(iii) कस्यापि वस्तुनः मानं जानन्तु यदि मध्यवर्तिवर्षेषु अस्य मूल्ये वृद्धिः अथवा न्यूनता भवति।

उदाहरणम् 14 1997 वर्षस्यान्तेकस्यापिनगरस्य जनसंख्या 20,000 आसीत्। अस्यां 5% वार्षिक-स्तरेण वृद्धिः जाता। वृद्धिः जाता। 2000 वर्षस्यान्ते तस्य नगरस्य जनसंख्या का इति जानन्तु।

समाधानम् प्रत्येकं वर्षे जनसंख्यायां 5% वृद्धिः भवति अत एव प्रत्येकं नववर्षस्य नवीना जनसंख्या भवति। इत्थं वयं कथयितुं शक्नुमः यत् एषा संयोजितरूपे वर्धते।

1998 वर्षारम्भे जनसंख्या =20,000 (एतां वयं प्रथमवर्षस्य कृते मूलधनं मन्यामहे)

5% परिमाणात् वृद्धिः $\frac{5}{100} \times 20{,}000 = 1000$

1999 वर्षस्य जनसंख्या = 20000+1000=21000

एतत् द्वितीयवर्षाय मूलधनं मन्यन्ताम्।

5% परिणामेन वृद्धिः = $\frac{5}{100} \times 21000 = 1050$

2000 वर्षे जनसंख्या = 21000+1050=22050

5% स्तरेण वृद्धिः = $\frac{5}{100} \times 22050 = 1102.5$

2000 वर्षस्य अन्ते जनसंख्या = 22050+1102.5=23152.5

अथवा सूत्राणां सहायतया 2000 वर्षस्यान्ते जनसंख्या = $20000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3$

$= 20000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = 23152.5$

अत एव प्रायशः जनसंख्या = 23,153

अरुणः अपृच्छत् यदि जनसंख्यायां न्यूनता भवति तर्हि किं करणीयम् तदा अध्यापकः निम्नलिखित-उदाहरणं चर्चितवान् ।

उदाहरणम् 15 एकं दूरदर्शनं 21,000 रुप्यकैः क्रीतम् । एकवर्षस्य पश्चात् दूरदर्शनस्य मूल्ये 5% अवमूल्यनम् अभवत् (अवमूल्यनस्य अर्थः अस्ति यत् वस्तुनः उपयोगकारणात् एवं समयकारणात् तस्य मूल्ये न्यूनता) । एकवर्षस्य पश्चात् दूरदर्शनस्य मूल्यं जानन्तु ।

समाधानम् मूलधनम् = रु.21000

अवमूल्यनं (न्यूनता) प्रतिवर्षं = रु. 21,000 इत्यस्य 5%

$= \text{रु. } \frac{21,000 \times 5 \times 1}{800} = \text{रु. } 1050$

एकवर्षस्य अन्ते दूरदर्शनस्य मूल्यं = रु.21,000 -रु.1050 = रु.19,950

विकल्पतः वयम् एतत् निम्नलिखितविधिना साक्षात् प्राप्तुं शक्नुमः ।

1 वर्षस्यान्ते मूल्यं = रु.21,000 $\left(1-\frac{5}{100}\right)$

= रु.21,000 $\times \frac{19}{20}$ = रु.19,950

प्रयासं करोतु

1. 10,500 मूल्यात्मकस्य एकस्य यन्त्रस्य 5% परिमाणात् अवमूल्यनं भवति । एकवर्षात् परं अस्य मूल्यं जानन्तु ।
2. एकस्य नगरस्य वर्तमान-जन-सङ्ख्या 12 लक्षम् अस्ति यदि वृद्धेः परिमाणात् 4% अस्ति तर्हि 2 वर्षपश्चात् नगरस्य जनसंख्यां जानन्तु ।

प्रश्नावली 8.3

1. निम्नलिखिताय आहत्य राशिं तथा चक्रवृद्धिं जान न्तु ।

(a) 10,800 रुप्यके 3 वर्षाय $12\frac{1}{2}$ % वार्षिक-स्तरेण वार्षिकरूपेण संयोजिते सति ।

(b) 18,000 रुप्यके $2\frac{1}{2}$ वर्षाय 10% वार्षिक-स्तरेण वार्षिकरूपेण संयोजिते सति।

(c) 62,500 रुप्यके $1\frac{1}{2}$ वर्षाय 8% वार्षिक-स्तरेण अर्धवार्षिकरूपेण संयोजिते सति।

(d) 8000 रुप्यके 1 वर्षाय 9% वार्षिक-स्तरेण अर्धवार्षिकरूपेण संयोजिते सति।
(भवन्तः सत्यापितुं साधारण-वृद्धेः सूत्रस्य उपयोगं कृत्वा एकवर्षस्य पश्चात् द्वितीयवर्षाय परिकलनं कर्तुं शक्नुवन्ति)

(e) 10,000 रुप्यके 1 वर्षाय 8 वार्षिक-स्तरेण अर्धवार्षिकरूपेण संयोजिते सति।

2. कमला एकं स्कूटरयानं क्रेतुं एकस्मात् वित्तकोषात् 26400 रु. 15% वार्षिकपरिमाणात् ऋणं नीतवती यद्यपि वृद्धेः वार्षिकसंयोजनं भवति। 2 वर्षस्य तथा 4 मासस्य अन्ते ऋणं प्रत्यावर्तयितुं तस्याः कृते देयराशिः कः भविष्यति ? (सङ्केतः वृद्धिं वार्षिकरूपेण संयोज्य 2 वर्षायA जानन्तु तथा द्वितीयवर्षस्य आहत्य राशौ $\frac{4}{12}$ वर्षस्य साधारणं वृद्धिं जानन्तु।)

3. फैबिना 3 वर्षाय 12,500 रुप्यकस्य 12% वार्षिकपरिमाणात् ऋणं नीतवती तथा राधा तादृशम् एव राशिं तावते समयाय 10% वार्षिक-स्तरेण चक्रवृद्ध्यां ऋणं नीतवती यद्यपि वृद्धेः वार्षिक-संयोजनं भवति। कः अधिकं वृद्धिं दास्यति तथा कियत् अधिकं दास्यति ?

4. अहं जमशेदात् 2 वर्षाय 12,000 रुप्यकस्य 6% वार्षिकपरिमाणात् ऋणं नीतवान् यदि अहम् एतं राशिं 6% वार्षिकपरिमाणात् चक्रवृद्धिः उपरि ऋणरूपेण अग्रहीष्यं तर्हि अहं कियत् पर्यन्तम् अतिरिक्तराशिम् अदास्यम्।

5. वासुदेवनः 12% वार्षिकपरिमाणे 60,000 रुप्यकं निवेशितवान् यदि वृद्धिः अर्धवार्षिके संयोजितः भवति तर्हि जानन्तु यत् तत् (i) 6 मासस्य अन्ते (ii)1 वर्षस्य अन्ते आहत्य कियत् राशिं प्राप्स्यति ?

6. आरिफः एकस्मात् वित्तकोषात् 80,000 रुप्यकाणाम् ऋणं गृहीतवान् यदि वृद्धिः 10% वार्षिक-स्तरः अस्ति तर्हि $1\frac{1}{2}$ वर्षानन्तरं तद्द्वारा देयराशौ अन्तरं जानन्तु यदि वृद्धिः (i) वार्षिकरूपेण संयोजितः भवति (ii) अर्धवार्षिकरूपेण संयोजितः भवति।

7. मारिया कस्मिंश्चित् व्यापारे 8000 रुप्यकं निवेशितवती तत् 5% वार्षिकपरिमाणात् चक्रवृद्धिकुसीदं दातुं भविष्यति यदि वृद्धिः वार्षिकरूपेण संयोजितः भवति तर्हि
(i) वर्षद्वयस्य अन्ते तस्य नाम्ना सञ्चितराशिं जानन्तु।
(ii) तृतीयवर्षस्य वृद्धिः जानन्तु।

8. 10,000 रुप्यके $1\frac{1}{2}$ वर्षाय 8% वार्षिक-स्तरेण चक्रवृद्धिः तथा आहत्य राशिं जानन्तु यद्यपि वृद्धिः अर्धवार्षिक-रूपेण संयोजितः भवति किमयं कुसीदः तस्मात् कुशीदात् अधिकं भविष्यति यत् तत् वार्षिकरूपेण संयोजिते कृते सति प्राप्तं भविष्यति ?

9. यदि रामः 18 मासाय 4096 रुप्यकं $12\frac{1}{2}\%$ वार्षिक-स्तरेण ऋणं गृह्णाति तथा वृद्धिः अर्धवार्षिकरूपेण संयोजितः भवति तर्हि जानन्तु यत् रामः आहत्य कियत् राशिं प्राप्स्यति।

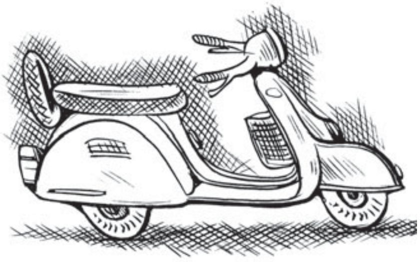
10. 5% वार्षिक-स्तरेण वर्धनशीलस्य 2003 वर्षस्य अन्ते एकस्य स्थानस्य जनसंख्या 54,000 अभवत् निम्नलिखितं जानन्तु -

    (i) 2001 वर्षे जनसंख्या

    (ii) 2005 वर्षे कियत् जनसंख्या भविष्यति ?

11. एकस्यां प्रयोगशालायां कस्मिंश्चित् निश्चितप्रयोगे विषाणूनां संख्या 2.5% प्रतिघण्टा-स्तरेण वर्धिता भवति। यदि प्रयोगस्य आरम्भे विषाणूनां संख्या 5,06,000 आसन् तर्हि 2 घण्टायाः अन्ते जीवाणु संख्यां जानन्तु।

12. एकं स्कूटरयानं 42,000 रुप्यके क्रीतवान् 8% वार्षिक-स्तरेण अस्य मूल्यस्य अवमूलनं जातम्। 1 वर्षस्य पश्चात् स्कूटरयानस्य मूल्यं जानन्तु।



वयं किं चर्चितवन्तः ?

1. अङ्कितमूल्योपरि प्रदत्त-विशेष-लाभः लाभांशः इति उच्यते।
   लाभांशः = अङ्कितमूल्यम् - विक्रयमूल्यम्
2. यदि लाभांश-प्रतिशतं प्रदत्तम् अस्ति तर्हि लाभांशस्य परिकलनं भवितुम् अर्हति। लाभांशः = अङ्कितमूल्यस्य प्रतिशतम्।
3. कस्यापि वस्तुनः क्रयणानन्तरं तस्योपरि कृतम् अतिरिक्तव्ययः क्रयमूल्यान्तर्गते एव आगच्छति तथा एषः व्ययः अतिरिक्तव्ययः कथ्यते। क्रयमूल्यम् =क्रयणीयमूल्यम् + अतिरिक्तव्ययः
4. कस्यापि वस्तुनः विक्रयणे सर्वकारेण विक्रयणकरः गृह्यते तथा एतत् देयधनपत्रस्य विवरणे युज्यते।
   विक्रयणकरः = देयधनराशेः करः %
5. गतवर्षस्य आहत्य राशिः (A = P + 1) इत्यस्मिन् परिकलितं वृद्धिः चक्रवृद्धिः इति उच्यते।
6. (i) यदि कुसीदः वार्षिकरूपेण संयोजितः भवति तर्हि
   आहत्य राशिः $(A)=P(1+\frac{R}{100})^n$; P यत्र मूलधनं, R वृद्धेः स्तरः n समयः अस्ति।

   (ii) यदा कुसीदः अर्धवार्षिकरूपेण संयोजितः भवति तर्हि
   आहत्य राशिः $=P(1+\frac{R}{200})^{2n}$
   $\frac{R}{2}$ वृद्धेः अर्धवार्षिकं परिमाणं
   2n= षण्मासानां (अर्धवर्षाणां) संख्या समयः अस्ति।